

# Propuesta de un procedimiento para la optimización del programa operativo de producción de la refinería de petróleo, PCK /Oder, República Federal de Alemania

*Proposal of a procedure of the operative program optimization of production in the petroleum refinery of PCK / Oder, Federal Republic of Germany*

*Ing. Josef Maily<sup>I</sup>, [epost.sepp@gmx.de](mailto:epost.sepp@gmx.de); Dr.C. Ramón Rodríguez-Betancourt<sup>II</sup>, [ramonrb@eco.uo.edu.cu](mailto:ramonrb@eco.uo.edu.cu)*

*<sup>I</sup> Refinería PCK de Oder, República Federal de Alemania; <sup>II</sup> Centro de Estudios de Investigaciones Económicas Aplicadas (CEIA), Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba*

## Resumen

El mezclado de petróleo crudo es una operación que puede ser optimizada y está basada en una gran cantidad de conocimientos y experiencias. La planificación de estas operaciones consiste en obtener una mezcla de componentes con diferentes propiedades con una especificación requerida como son octanaje, flujo, nivel de azufre, etcétera; además de tener en cuenta las capacidades existentes y la demanda. Esto se considera importante dentro de este tipo de industrias, ya que su rentabilidad depende de encontrar la mezcla óptima, debido a la variabilidad de los precios en los productos finales. Por tal motivo, el objetivo de la presente investigación es determinar la variante óptima de producción de la refinería PCK/Oder, República Federal de Alemania, que logre el máximo de utilidades, mediante la Programación Lineal Paramétrica. La validación preliminar, presenta ventajas en las utilidades de hasta un 4 %, en comparación con la utilización del método actual.

**Palabras clave:** costo, planificación corriente, rentabilidad, programación lineal.

## Abstract

The blended of raw petroleum is an operation that can be optimized and it is based on a great quantity of knowledge and experience. The planning of these operations consists in obtaining a mixture of components with different properties and specification as octane, flow, level of sulfur etc., besides keeping in mind the existent capacities and the demand. This is considered important in this type of industries, since their profitability depends on finding the good mixture, due to the variability of the prices in the final products. The objective of this paper is to determine the good variant of production of the refinery PCK/Oder, Federal Republic of Germany that achieves the maximum of utilities, by means of the Parametric Linear Programming. The preliminary validation, presents advantages in the utilities of until 4 %, in comparison with the use of the current method.

**Keywords:** cost, current planning, profitability, lineal programming.

## Introducción

La refinación de petróleo es un eslabón único y fundamental de la cadena de suministro de petróleo, del pozo a la bomba. Los demás eslabones de este proceso agregan valor al petróleo, principalmente, mediante su traslado y almacenamiento; por ejemplo, extracción del petróleo crudo a la superficie, traslado desde el yacimiento petrolífero a los depósitos y luego a las refinerías, traslado de los productos refinados desde las refinerías a las terminales de despacho e instalaciones de productos de consumo final, etcétera. La refinación agrega valor mediante la conversión del petróleo crudo que, en sí mismo, tiene escaso valor como producto de consumo final, en una variedad de productos refinados, incluidos los combustibles para transporte. El principal objetivo económico de la refinación consiste en maximizar el valor agregado en la conversión del petróleo crudo en productos terminados.

El proceso de refinación es un proceso de alternativas, y por tanto, puede ser aplicada la modelación económico-matemática para el perfeccionamiento del proceso de planificación corriente. Si además se tiene en cuenta la variación en los precios de los productos terminados, entonces puede tener lugar la Programación Lineal Paramétrica.

En el informe del cumplimiento del plan de producción anual de la Refinería PCK de Oder, República Federal de Alemania, para el 2013, con una capacidad de refinación de 240 000 barriles diarios se evidenció la problemática de los incumplimientos y sobrecumplimientos que presentan los diferentes rubros de producto terminado, lo que hace necesario utilizar nuevas técnicas que permitan perfeccionar el proceso de planificación de los indicadores fundamentales del plan de la empresa. Lo anterior se presenta en la siguiente tabla 1.

**Tabla 1: Estructura de producción de la Refinería PCK de la República Federal de Alemania. Promedio 2010-2013**

	Estructura de producción (%)	
	Plan	Real
Gas Licuado	1,1	1,0
Gasolina Especial	1,1	1,3
Nafta Industrial	17,8	13,5
Kerosina	8,1	9,2
Diesel	16,8	18,9
Petróleo Combustible	55,0	56,1

Fuente: Informe de producción ejecutivo de la Refinería

Como puede observarse el cumplimiento del plan promedio en tres años presenta irregularidades en algunos de los productos finales de la refinería, fundamentalmente en el petróleo combustible, diesel y nafta industrial, lo cual puede crear inestabilidad en el cumplimiento de los contratos a proveedores además de desconocimiento en cuanto a las verdaderas potencialidades de la refinería.

Lo anteriormente mostrado ha puesto de relieve la siguiente situación problemática: ¿cuál debe ser el procedimiento a seguir para lograr la optimización del programa operativo de refinación del petróleo, de manera que se perfeccione el proceso de planificación corriente en la refinería PCK de Oder, República Federal de Alemania?

Una vez analizada la problemática planteada y recurriendo a diferentes enfoques de planeación como la búsqueda de escenarios productivos, métodos de prueba y error basados en la programación heurística, modelos económicos matemáticos como la programación lineal y sus variantes y partiendo de la variación de los precios de los productos terminados en el mercado internacional se llega al siguiente objetivo general: determinar el programa óptimo de producción en la Refinería PCK de Oder República Federal de Alemania, mediante la Programación Lineal Paramétrica.

La presente investigación forma parte de un proyecto territorial de ciencia e innovación tecnológica aprobado por el CITMA: “Perfeccionamiento de la planificación corriente y perspectiva de empresas industriales seleccionadas de las provincias Santiago de Cuba”.

## **Fundamentación teórica**

Las refinerías son grandes plantas de producción de gran densidad de capital, con sistemas de procesamiento extremadamente complejos. En ellas se convierte el petróleo crudo y otros flujos de entrada en docenas de subproductos refinados, por ejemplo:

- Gas licuado de petróleo (GLP).
- Gasolina.
- Combustible pesado.
- Queroseno (para iluminación y calefacción).
- Combustible diesel.
- Materias primas de petroquímicos.
- Aceites lubricantes y ceras.

- Gasóleo de calefacción.
- Aceite combustible (para generación de energía eléctrica, combustible marino, calefacción industrial y urbana).
- Asfalto (para pavimentación y techado).

Entre los subproductos mencionados, los combustibles para transporte son los de mayor valor, mientras que los aceites combustibles y el asfalto son los de menor valor. Muchos productos refinados, como la gasolina, se producen en diferentes grados, para cumplir con diferentes especificaciones y estándares; por ejemplo, índices de octano o contenido de azufre.

La valoración de los costos de refinación del petróleo crudo requiere una descripción completa del crudo y sus componentes, incluida la calificación de sus propiedades. Sin embargo, existen dos propiedades que son especialmente útiles para clasificar y comparar rápidamente los petróleos crudos: la gravedad API (medida de densidad) y el contenido de azufre.

En la tabla 2, se enumeran algunos tipos importantes de crudo que se comercializan en el mundo y su clasificación según la gravedad API y el contenido de azufre de cada uno de estos petróleos crudos.

**Tabla 2: Gravedad °API y niveles de azufre presentes en algunos tipos importantes de petróleo crudo en el mundo**

<b>Crudo</b>	<b>País de origen</b>	<b>Tipo</b>	<b>Gravedad (°api)</b>	<b>Azufre (%)</b>
Brent	Reino Unido	Dulce ligero	40	0,5
West Texas	EE.UU.	Dulce ligero	39,8	0,7
Arábigo Extra	Araba Saudita	Agrio ligero	38,1	1,1
Daqing	China	Agrio medio	33	0,1
Forcados	Nigeria	Agrio medio	29,5	0,2
Arábigo ligero	Arabia Saudita	Agrio medio	34	1,9
Kuwait	Kuwait	Agrio medio	30,9	2,5
Marlim	Brasil	Dulce pesado	20,1	0,7
Cano Limón	Colombia	Dulce pesado	25,2	0,9
Oriente	Ecuador	Dulce pesado	25	1,4
Maya Pesado	México	Dulce pesado	21,3	3,4

**Fuente: Informe de la Refinería PCK de la República Federal de Alemania**

El esquema tecnológico para la refinación en la Refinería PCK de la República Federal de Alemania se presenta en la figura 1.

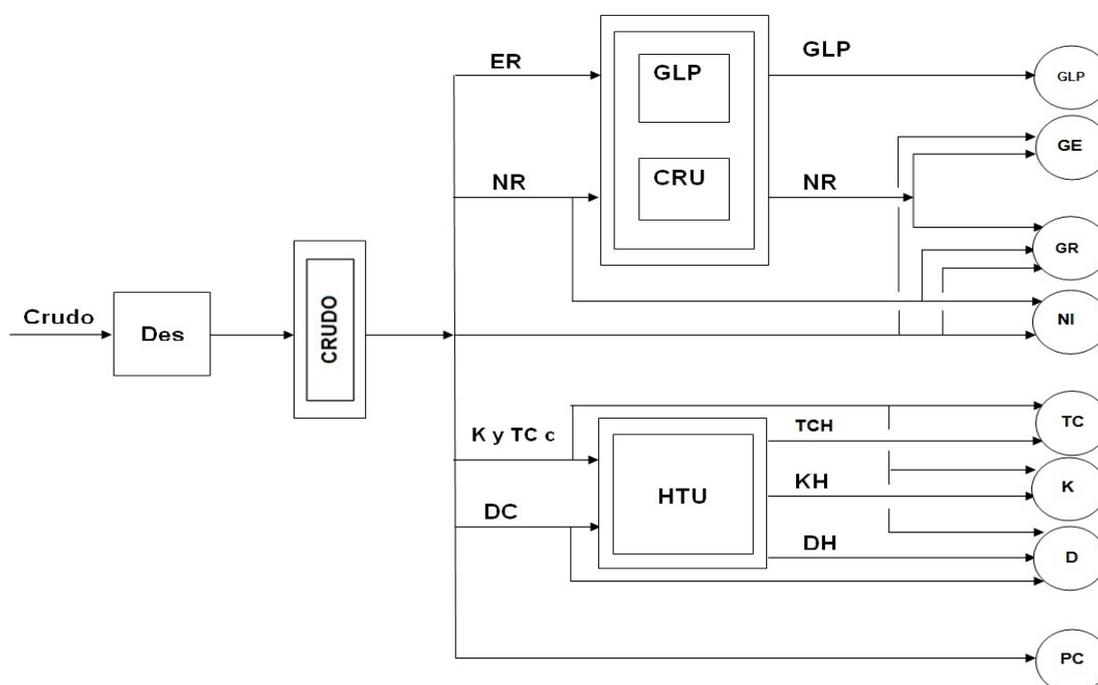


Figura 1: Flujo Tecnológico de la Refinería PCK, Oder, República Federal de Alemania

**Leyenda:**

**Des-** Desalinizadora; **NR-** Nafta Reformada; **ER-** Exceso de reflujo; **K-** Kerosina; **TC-** Turbo-combustible; **De-** Diesel Crudo; **GLP-** Unidad GLP; **CRU-** Unidad de Crudo; **HTU-** Unidad HTU; **GLP-** Gas licuado; **GE-** Gasolina Especial; **GR-** Gasolina Regular; **NI-** Nafta Industrial; **TCH-**Turbo combustibles Hidrofinados; **KH-** Kerosina Hidrofinada; **DH-** Diesel Hidrofinado; **PC-** Petróleo combustible.

El proceso de producción está compuesto por cuatro unidades:

**Unidad desaladora:** su objetivo es eliminar las sales, sólidos y agua contenidos en el petróleo crudo.

**Unidad de Crudo:** fracciona los productos componentes del crudo desalado por puntos de destilación.

**Unidad C.R.U.:** eleva el octanaje de las naftas vírgenes de bajo número de octano para utilizarlos como componentes de gasolina motor.

**Unidad H.T.U.:** elimina el oxígeno para enviarlo al reactor principal. Esta unidad está diseñada para mejorar la calidad de la kerosina o el diesel en cuanto a la composición de azufre.

En cuanto al proceso de optimización se debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Los rendimientos en cada una de las unidades.
- Las posibles variantes de trabajo.
- Las restricciones de calidad en cuanto al octanaje y el nivel de azufre.
- Las capacidades existentes en el proceso.
- Los compromisos de entrega al mercado nacional e internacionales.
- Con estos elementos la formulación general del problema sería la siguiente:

#### *Formulación general del problema*

Dada la empresa de refinación de petróleo PCK de ODER, República Federal de Alemania, se pretende encontrar la estructura óptima del programa de producción que perfeccione el proceso de planificación en perspectiva y a su vez maximice el ingreso.

Son conocidas las variables controlables para la solución del problema planteado y la información primaria correspondiente y se refieren a:

- Las entradas y salidas de cada producto y sus coeficientes de interrelación, para la conformación de las ecuaciones de balance.
- Los diferentes parámetros de calidad de los productos finales.
- La composición de las mezclas de los productos en las diferentes unidades.
- Las capacidades diarias de las diferentes unidades de refinación.
- La demanda de cada producto final.
- El ingreso medio unitario de cada producto final y sus desviaciones típicas.
- Es posible obtener información complementaria, mediante criterios de expertos para el desarrollo del modelo.

Con estos elementos el problema sería determinar el programa óptimo de producción diario que debe tener en perspectiva la refinería PCK de ODER, República Federal de Alemania, de manera que se obtenga como resultado final el máximo de ingreso, ante las variaciones simultánea de precios de los productos final es existentes en el mercado.

Teniendo en cuenta la formulación anterior se procede a examinar cuál es el modelo económico matemático que satisface estos requerimientos.

Partiendo que existe linealidad en el proceso, pues no se plantean elementos que contradigan esta afirmación y tiene lugar una gran variabilidad en los precios de los productos finales debido, fundamentalmente, a los precios cambiantes del petróleo en el

mercado mundial y que, además, la refinería objeto de estudio no tiene convenios que permitan obtener la materia prima a un precio fijo, la utilización de la Programación Lineal Paramétrica con el parámetro en la función objetivo para cumplimentar los objetivos propuestos en la formulación.

## Métodos utilizados

Con estos elementos el planteamiento matemático general sería:

### *Planteamiento matemático*

#### Índices

$i = 1, 2, \dots, I$ . Tipos de nafta.

$k = 1, 2, \dots, K$ . Variante de trabajo de la unidad de crudo.

$p = 1, 2, \dots, P$ . Variante de trabajo de la unidad de CRU y GLP.

$l = 1, 2, \dots, L$ . Destino de la nafta pesada.

$t = 1, 2, \dots, T$ . Destino de la kerosina.

$u = 1, 2, \dots, U$ . Destino turbo combustible crudo.

$s = 1, 2, \dots, S$ . Destino diesel crudo.

$r = 1, 2, \dots, R$ . Destino nafta reformada.

#### Variables

$X1_k$  - Barriles de petróleo crudo a procesar diariamente por la variante  $k$ , en la unidad de crudo.

$X2_k$  - Barriles de gas combustible, obtenidos diariamente por la variante  $k$ , en la unidad de crudo.

$X3_k$  - Barriles de exceso de reflujo, obtenidos diariamente por la variante  $k$ , en la unidad de crudo.

$X4_{kt}$  - Barriles de kerosina, obtenidos diariamente por la variante  $k$  en la unidad de crudo y destinados a la unidad de elaboración  $t$ .

$X5_{ku}$  - Barriles de turbo combustible, obtenidos diariamente por la variante  $k$  en la unidad de crudo y destinados a la unidad de elaboración  $u$ .

$X6_{ks}$  - Barriles de diesel, obtenidos diariamente por la variante  $k$ , en la unidad de crudo y destinados a la unidad de elaboración  $s$ .

$X7_k$  - Barriles de petróleo combustible, obtenidos diariamente por la variante  $k$ , en la unidad de crudo.

**X8<sub>k</sub>** - Barriles de kerosina hidrofinada a producir diariamente por la variante **k** en la unidad de **H.T.U.**, cuando se trabaja con kerosina.

**X9<sub>k</sub>** - Barriles de turbo combustible hidrofinado a producir diariamente por la variante **k** en la unidad de **H.T.U.**, cuando se trabaja con turbo.

**X10<sub>k</sub>** - Barriles de diesel hidrofinado a producir diariamente por la variante **k** en la unidad de **H.T.U.**

**X11** - Barriles diarios del producto final kerosina.

**X12** - Barriles diarios del producto final turbo combustible.

**X13** - Barriles diarios del producto final diesel en el periodo.

**X14** - Barriles diarios de gasolina **b-100** destinados a la mezcla de gasolina en la unidad **G.L.P.**

**X15** - Barriles diarios de gasolina **b-100** destinados a la mezcla de gasolina en la unidad **C.R.U.**

**Y<sub>ikl</sub>** - Barriles diarios de nafta tipo **i**, obtenida en la unidad de crudo por la variante **k** y destinados a la unidad de elaboración **l**, en el periodo.

**Z<sub>rp</sub>** - Barriles diarios de gasolina tipo **r** a producir, por la variante **p**, en el periodo.

**W2<sub>p</sub>** - Barriles diarios de **G.L.P.** a producir en la unidad de **C.R.U.** y **G.L.P.**, por la variante **p**, en el periodo.

**W3<sub>p</sub>** - Barriles diarios de gas combustible a producir en la unidad de **C.R.U.** y **G. L. P.**, por la variante **p**, en el periodo.

### **Parámetros**

**a<sub>ik</sub>** - Cantidad de nafta del tipo **i** por barril de crudo, que se obtiene en la unidad de crudo en la variante **k**.

**b<sub>k</sub>** - Cantidad de kerosina que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante **k**.

**c<sub>k</sub>** - Cantidad de petróleo combustible que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante **k**.

**d<sub>k</sub>** - Cantidad de diesel que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante **k**.

**e<sub>rp</sub>** - Cantidad de gasolina tipo **r** que se obtiene en la variante **p**, por barril de exceso de reflujo y nafta pesada en la unidad de **C.R.U.** y **G.R.P.**

**f<sub>k</sub>** - Cantidad de exceso de reflujo que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante **k**.

$g_k$  - Cantidad de gas combustible que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante  $k$ .

$h_k$  - Cantidad de turbo combustible que se obtiene por barril de crudo en la unidad de crudo en la variante  $k$ .

$m_p$  - Cantidad de **G.L.P.** obtenido por la variante  $p$ , en la unidad de **C.R.U.** y **G.R.P.** por barril de exceso de reflujo y nafta pesada.

$n_p$  - Cantidad de gas combustible que se obtiene por la variante  $p$ , por barril de exceso de reflujo y nafta pesada en la unidad de **C.R.U.** y **G.R.P.**

$O_i$  - Octanos de las naftas del tipo  $i$ .

**Ob100** - Octanos en la gasolina **b-100**.

$q$  - Cantidad de kerosina hidrofinada que se obtiene por barril de kerosina, en la unidad de **H.T.U.**

$q_1$  - Cantidad de turbo combustible hidrofinado que se obtiene por barril de turbo, en la unidad de **H.T.U.**

$q_{2k}$  - Cantidad de diesel hidrofinado que se obtiene por barril de diesel crudo, por la variante  $k$  en la unidad de **H.T.U.**

$q_3$  - Cantidad de nafta reformada que se obtiene por barril de nafta pesada.

$q_4$  - Cantidad de nafta industrial que se obtiene por barril de nafta pesada.

**S1** - Composición de azufre en el producto final kerosina.

**S2** - Composición de azufre en el producto final Diesel.

$v$  - Proporción entre los distintos tipos de gasolina.

$A_1$  - Capacidad de procesamiento de la unidad de crudo en barriles día.

$A_2$  - Capacidad de procesamiento en barriles diarios de la unidad de **C.R.U.** y **G.L.P.**, con variante de corrida normal.

$A_3$  - Capacidad de procesamiento en barriles diarios de la unidad de **C.R.U.** y **G.L.P.**, cuando se trabaja con la variante de gasolina especial.

$A_4$  - Capacidad de procesamiento en barriles diarios de la unidad de **C.R.U.** y **G.L.P.**, cuando se trabaja con la variante **C.R.U.** parado.

$A_5$  - Capacidad de procesamiento en barriles diarios de la unidad de **H.T.U.**

**C** - Disponibilidad diaria de Crudo.

**E** - Disponibilidad diaria de gasolina **b-100**.

**b1** - Cantidad mínima a producir de gasolina especial.

**b2** - Cantidad mínima a producir de producto final kerosina.

**b3** - Cantidad mínima a producir de **G.L.P.**

$\sigma_1$  - Norma de octano de gasolina regular.

$\sigma_2$  - Norma de octano de gasolina especial.

$\sigma_3$  - Norma de composición de azufre en la kerosina.

$\sigma_4$  - Norma de composición de azufre en el diesel.

**p1** - Precio de venta de un barril de gasolina especial.

**P2** - Precio de venta de un barril de gasolina regular.

**P3** - Precio de venta de un barril de producto final kerosina.

**P4** - Precio de venta de un barril de producto final diesel.

**P5** - Precio de venta de un barril de producto final turbo combustible.

**P6** - Precio de venta de un barril de **G.L.P.**

**P7** - Precio de venta de un barril de nafta industrial.

**P8** - Precio de venta de un barril de petróleo combustible.

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8$  - Desviaciones típicas de la media de los precios de los productos finales.

### **Restricciones**

#### **Ecuaciones de balance de la unidad de crudo:**

##### **1) Balance del gas combustible**

$$X2_k - g_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K.$$

##### **2) Balance de exceso de reflujo**

$$X3_k - f_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K.$$

##### **3) Balance de los tipos *i* de nafta**

$$Y_{i k l} - a_{i k} X1_k = 0; i = 1, 2, \dots, I; k = 1, 2, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L.$$

##### **4) Balance de la kerosina cruda**

$$X4_{k t} - b_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T.$$

##### **5) Balance de turbo combustible**

$$X5_{k u} - h_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K; u = 1, 2, \dots, U.$$

##### **6) Balance del diesel crudo**

$$X6_{k s} - d_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K; s = 1, 2, \dots, S.$$

7) Balance de petróleo combustible

$$X7_k - c_k X1_k = 0; k = 1, 2, \dots, K.$$

Ecuaciones de balance de las unidades de C.R.U. y G.L.P.

8) Balance de nafta pesada reformada

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left( Y_{4kl} - q_3 \sum_{i=1}^2 Y_{ikl} \right) = 0;$$

9) Obtención de la nafta industrial

$$q_4 \sum_{i=1}^2 Y_{ikl} + Y_{3kl} - Y_{5kl} = 0; k = 1, 2, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L.$$

10) Balance de gas combustible

$$W3_p - n_p \left( \sum_{l=1}^2 Y_{ikl} + X_{2k} \right) = 0; k = 1, 2, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L.$$

11) Balance del G.L.P.

$$W2_p - m_p \left( \sum_{l=1}^2 Y_{ikl} + X_{3k} \right) = 0; k = 1, 2, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L.$$

12) Mezcla de gasolina

$$Z_{rp} - e_{rp} \left( Y_{4kl} + \sum_{l=1}^2 Y_{ikl} \right) = 0; k = 1, 2, \dots, K; r = 1, 2, \dots, R; p = 1, 2, \dots, P.$$

13) Proporción entre los distintos tipos de gasolina

$$vZ_{1p} - Z_{2p} = 0; p = 1, 2, \dots, P.$$

14) Ecuaciones de balance de la unidad de hidrofinación H.T.U.

$$X8_k - qX4_{kt} = 0; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T.$$

15) Balance de turbo combustible hidrofinado

$$X9_k - q1X5_{ku} = 0; k = 1, 2, \dots, K; u = 1, 2, \dots, U.$$

16) Balance de diesel hidrofinado

$$X10_k - q2_k X6_{ks} = 0; k = 1, 2, \dots, K; s = 1, 2, \dots, S.$$

**17) Obtención del producto final kerosina**

$$X11 - (X4_{kt} + X8_k) = 0; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T.$$

**18) Obtención del producto final turbo combustible**

$$X12 - (X5_{ku} + X9_k) = 0; k = 1, 2, \dots, K; u = 1, 2, \dots, U.$$

**19) Obtención del producto final diesel**

$$X13 - (X6_{ks} + X10_k) = 0; k = 1, 2, \dots, K; s = 1, 2, \dots, S.$$

**Restricciones de calidad****20) Garantizar el nivel de octano para la gasolina destinada a la unidad C.R.U.**

$$\frac{\sum_{i=1}^{I-1} O_i Y_{ikl} + Ob100 * X15}{\sum_{i=1}^{I-1} Y_{ikl} + X15} \geq \sigma_1 ;$$

**21) Garantizar el nivel de octanos para la gasolina destinada a G.L.P**

$$\frac{\sum_{i=1}^{I-1} O_i Y_{ikl} + Ob100 * X14}{\sum_{i=1}^{I-1} Y_{ikl} + X14} \geq \sigma_2 ;$$

**22) Garantizar el nivel de azufre en el producto final kerosina**

$$\frac{S1X11}{X11} \leq \sigma_3 ;$$

**23) Garantizar el nivel de azufre en el diesel**

$$\frac{S2X12}{X12} \leq \sigma_4 ;$$

**24) Restricciones de política de producción**

$$\sum_{p=1}^P Z_{ip} \geq b_1 ;$$

$$\sum_{k=1}^K X8_k \geq b_2 ;$$

$$\sum_{k=1}^K X8_k \geq b_2 ;$$

**Restricciones de capacidad**

25) **Unidad de crudo**

$$\sum_{k=1}^K X1_k \leq A1;$$

26) **Unidad C.R.U. y G.L.P.**

$$\sum_{k=1}^K (Y11_k + Y21_k + X3_k) \leq A2;$$

$$\sum_{k=1}^K Y11_k + Y21_k \leq A3;$$

$$\sum_{k=1}^K X3_k \leq A4;$$

27) **Unidad H.T.U:**

$$\sum_{k=1}^K \left( \sum_{t=1}^T X4_{kt} + \sum_{u=1}^U X5_{ku} + \sum_{s=1}^S X6_{ks} \right) \leq A8;$$

28) **Disponibilidad de materia prima**

$$\sum_{k=1}^K X1_k \leq C;$$

29) **Gasolina b-100**

$$X14 + X15 \leq E$$

30) **No negatividad**

$X1_k, X2_k, X3_k, X4_{kt}, X5_{ku}, X6_{ks}, X7_k, X8_k, X9_k, X10_k, X11, X12, X13, X14, X15, Y_{ikl}, Z_{rp}, W2_p, W3_p, \geq 0 ; k, t, u, l, p.$

**Función objetivo:**

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & (p1 + \emptyset_1 \lambda) \sum_{p=1}^P Z_{1p} + (p2 + \emptyset_2 \lambda) \sum_{p=1}^P Z_{2p} + \\ & (p3 + \emptyset_3 \lambda) X11 + (p4 + \emptyset_4 \lambda) X12 + (p5 + \emptyset_5 \lambda) X13 + (p6 + \emptyset_6 \lambda) \sum_{p=1}^P W_{2p} \\ & (p7 + \emptyset_7 \lambda) + (p8 + \emptyset_8 \lambda) \sum_{k=1}^K X7_k. \end{aligned}$$

---

## **Análisis de las restricciones**

Se relacionan las limitaciones internas al cumplimiento de las siguientes exigencias:

- Las ecuaciones de balance indican que los productos intermedios deben ser igual a su rendimiento multiplicado por la cantidad de materia prima empleada de acuerdo a la variante utilizada en el periodo que se analiza.
- Las posibilidades productivas de las instalaciones tecnológicas no deben superar sus capacidades.
- La calidad de sus productos debe responder a las exigencias de la normas de calidad para este tipo de refinería.

Las limitaciones externas se relacionan con las siguientes exigencias:

- Las materias primas no deben superar los niveles establecidos por la empresa.
- La emisión de producto debe ser igual a los niveles establecidos por la dirección de la empresa.

La práctica demuestra que si se simplifica la tarea sin tener en cuenta la exigencia de la optimización de los planes productivos, entonces el cálculo de hasta tres variantes de producción, teniendo en cuenta todas las limitaciones, que caracterizan el periodo planificado, en gran medida complica la alternativa del esquema tecnológico de las empresas de refinación del petróleo contemporáneas.

## **Resultados y discusión**

En esta investigación la introducción de la programación lineal paramétrica permitió formular una mayor cantidad de variantes de trabajo diferentes que las empleadas por la empresa. De esta forma, el modelo tendrá más posibilidades dentro del rango real de las unidades tecnológicas.

En la actualidad esto se realiza basándose en los rendimientos medios alcanzados, según los diferentes regímenes tecnológicos, debido a la dificultad que presenta tratar solo tres variantes, por ejemplo en la unidad de crudo.

La solución puede obtenerse por el paquete LINDOW, mediante el siguiente procedimiento:

- Se hallará una primera solución para  $\lambda = 0$ ; en este caso se obtienen los  $(Z_j^1 - C_j^1)$  para los coeficientes  $c_1$

- Se sustituyen en el planteamiento del LINDOW en la función objetivo los coeficientes  $c_2$ , y se obtienen los  $(Z_j^2 - C_j^2)$

Posteriormente se aplican las formulas correspondientes.

El límite superior de  $\lambda = \lambda_1$  será igual a:

$$\lambda_1 = \min - \frac{Z_j^1 - c_j^1}{Z_j^2 - c_j^2 \leq 0}$$

El límite inferior  $\lambda = \lambda_2$  se obtiene de la misma forma para aquellos  $(Z_j^2 - C_j^2) \geq 0$ , de manera que:

$$\lambda_2 = \max - \frac{Z_j^1 - c_j^1}{Z_j^2 - c_j^2 > 0}$$

## Conclusiones

1. *Se caracterizó, diagnosticó, formuló, planteó y fue resuelto el modelo matemático de Programación Lineal Paramétrica, mediante el paquete profesional LINDOW con resultados económicos superiores a los obtenidos actualmente, con lo cual se cumplimentó el objetivo de la investigación.*
2. *La prueba preliminar en la utilización de la Programación Lineal Paramétrica para la determinación de la estructura óptima del programa de producción de la refinería PCK de Oder República Federal de Alemania, demostró que pueden obtenerse resultado con un incremento en nivel de utilidades la empresa de hasta un 4 % en concordancia con la materia prima utilizada los resultados no se ofrecen pues tienen carácter confidencial.*
3. *Para la construcción de la base informativa del modelo matemático se utilizaron las técnicas de regresión lineal múltiple a través del paquete profesional IBM SPSS v.19.*

## Referencias bibliográficas

1. Eppen, G.D; Gould, F. J. (2006). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

2. Gujarati, D. N. (2008). *Econometría*. (Segunda edición). Estados Unidos: University of Georgia, Grupo Editorial Iberoamericano.
3. Hillier, F.S.; Lieberman, G.R. (2008). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. (Novena edición). México: Mcgraw Hill.
4. Moskowitz, Herbert; Wright, Gordon. (2005). *Investigación de operaciones*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.
5. Roscoe, Davis; Mckeown, Patric. (2001). *Modelos cuantitativos para la administración*. Estados Unidos: University of Georgia, Grupo Editorial Iberoamericano.